

Problemas Selectos

Métodos cuantitativos aplicados
Marzo, 2020

M.C. JORGE JUVENAL CAMPOS FERREIRA.

Asistente de investigación.

Laboratorio Nacional de Políticas Públicas

CIDE

**Problemas y soluciones analíticas obtenidas del libro de
Introducción a la Probabilidad y Estadística de Mendenhall, Beaver y Beaver, 13a
edición.**

Resueltos por el método de simulaciones visto en clases.

Notas: El número de simulaciones va a ser el mismo para todos los problemas (1e6).
Igualmente, sólo cargamos las librerías *tidyverse* (pipa, verbos *dplyr*) y *moderndive*.

Problema 1

Se probó un régimen formado por una dosis diaria de vitamina C para determinar su efectividad para prevenir el resfriado común. Diez personas que estuvieron siguiendo el régimen prescrito fueron observadas durante un año. Ocho pasaron el invierno sin un resfriado. Suponga que la probabilidad de pasar el invierno sin un resfriado es .5 cuando no se sigue el régimen de vitamina C. ¿Cuál es la probabilidad de observar ocho o más sobrevivientes, dado que el régimen es ineficiente para aumentar la resistencia a resfriados?

Respuesta analítica = 0.05469

```
# Librerias
library(tidyverse)
library(moderndiver)

# Problema 1 - Vitamina C ----
p = 0.5
total_sims <- 1e6

enfermos <- tibble(enfermos =
  rbinom(n = total_sims,
        size = 10,
        prob = 0.5))

# Probabilidad de encontrar 8 o mas enfermos en una muestra de 10
enfermos %>%
  count(enfermos) %>%
  mutate(prop = n/total_sims) %>%
  filter(enfermos >= 8) %>%
  summarise(prob = sum(prop))

## # A tibble: 1 x 1
##   prob
##   <dbl>
## 1 0.0545
```

Problema 1 - Respuesta

```
# Librerias
library(tidyverse)
library(moderndiver)

# Problema 1 - Vitamina C ----
p = 0.5
total_sims <- 1e6

enfermos <- tibble(enfermos =
  rbinom(n = total_sims,
        size = 10,
        prob = 0.5))

# Probabilidad de encontrar 8 o mas enfermos en una muestra de 10
enfermos %>%
  count(enfermos) %>%
  mutate(prop = n/total_sims) %>%
  filter(enfermos >= 8) %>%
  summarise(prob = sum(prop))
```

```
## # A tibble: 1 x 1
##   prob
##   <dbl>
## 1 0.0545
```

Problema 2

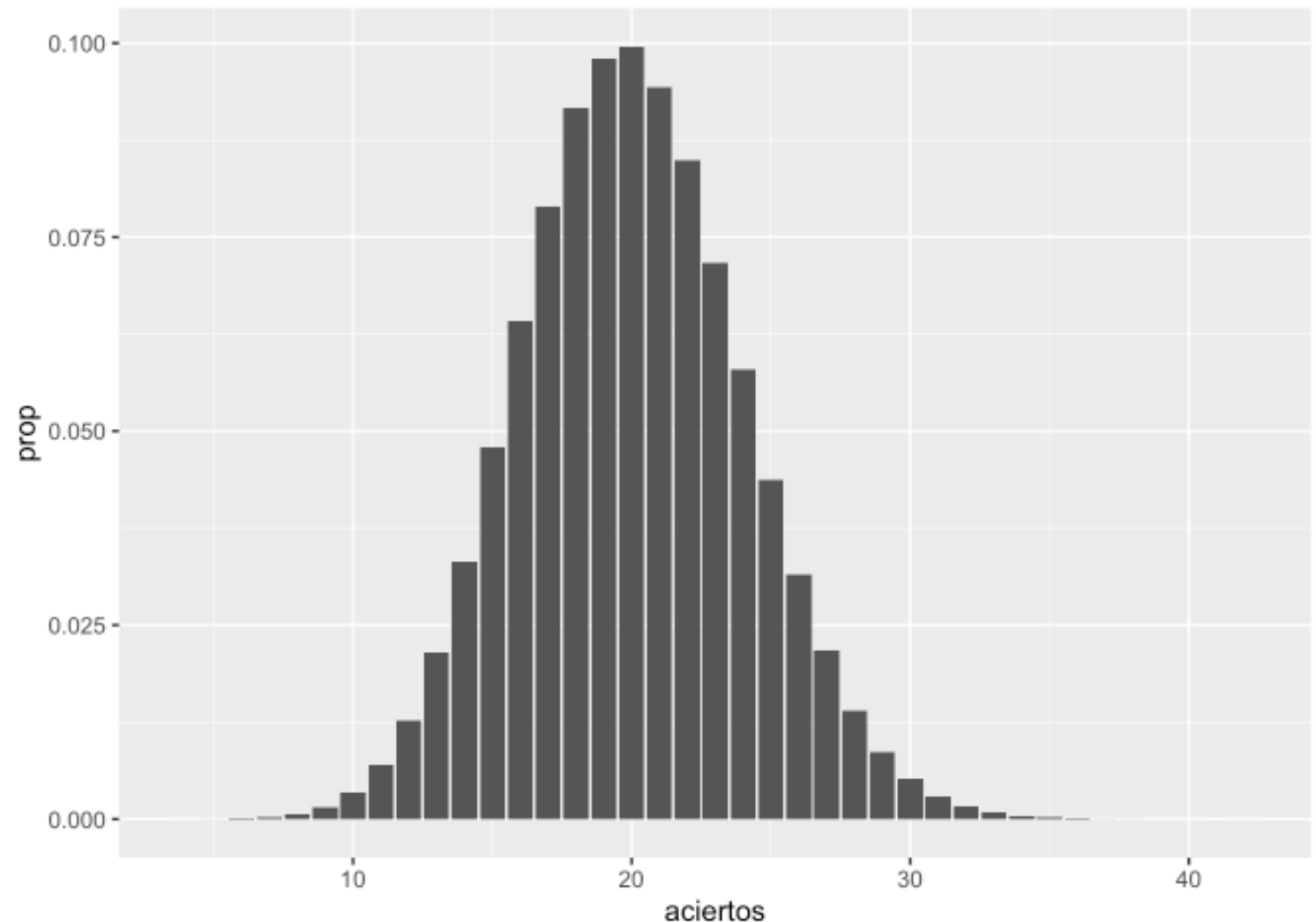
¿Preferiría usted tomar un examen de opción múltiple o uno de recordatorio completo? Si no sabe nada del material, tendrá una calificación de cero en un examen de recordatorio completo pero, si le dan cinco opciones por cada pregunta, ¿tiene al menos una probabilidad en cinco de adivinar correctamente! Si un examen de opción múltiple contiene 100 preguntas, cada una con cinco posibles respuestas, ¿cuál es la calificación esperada para un estudiante que está adivinando en cada pregunta? ¿Dentro de qué límites caen las calificaciones de “no lo sabe”?

Reformulando la pregunta: ¿A partir de qué número de aciertos podemos afirmar que el estudiante estudió y no solo le atinó a las respuestas?

Problema 2 - Respuesta

Reformulando la pregunta: ¿A partir de qué numero de aciertos podemos afirmar que el estudiante estudió y no solo le atinó a las respuestas?

```
# Problema 2 ----  
p = 1/5  
chiripa <- tibble(aciertos =  
  rbinom(n = total_sims,  
    size = 100,  
    prob = p))  
  
# Proporciones  
chiripa %>%  
  count(aciertos) %>%  
  mutate(prop = n/total_sims) %>%  
  ggplot(aes(x = aciertos, y = prop)) +  
  geom_col()
```



Respuesta: A partir de 35 aciertos en adelante, la probabilidad de que le atine a mas respuestas correctas es prácticamente cero.

Problema 3

El número promedio de accidentes de tránsito en cierto cruce de carretera es dos por semana. Suponga que el número de accidentes sigue una distribución de Poisson con $\mu = 2$.

1. Encuentre la probabilidad de que no haya accidentes en este cruce de carretera durante un periodo de 1 semana.
2. Encuentre la probabilidad de que a lo sumo haya tres accidentes en esta sección de carretera durante un periodo de 2 semanas.

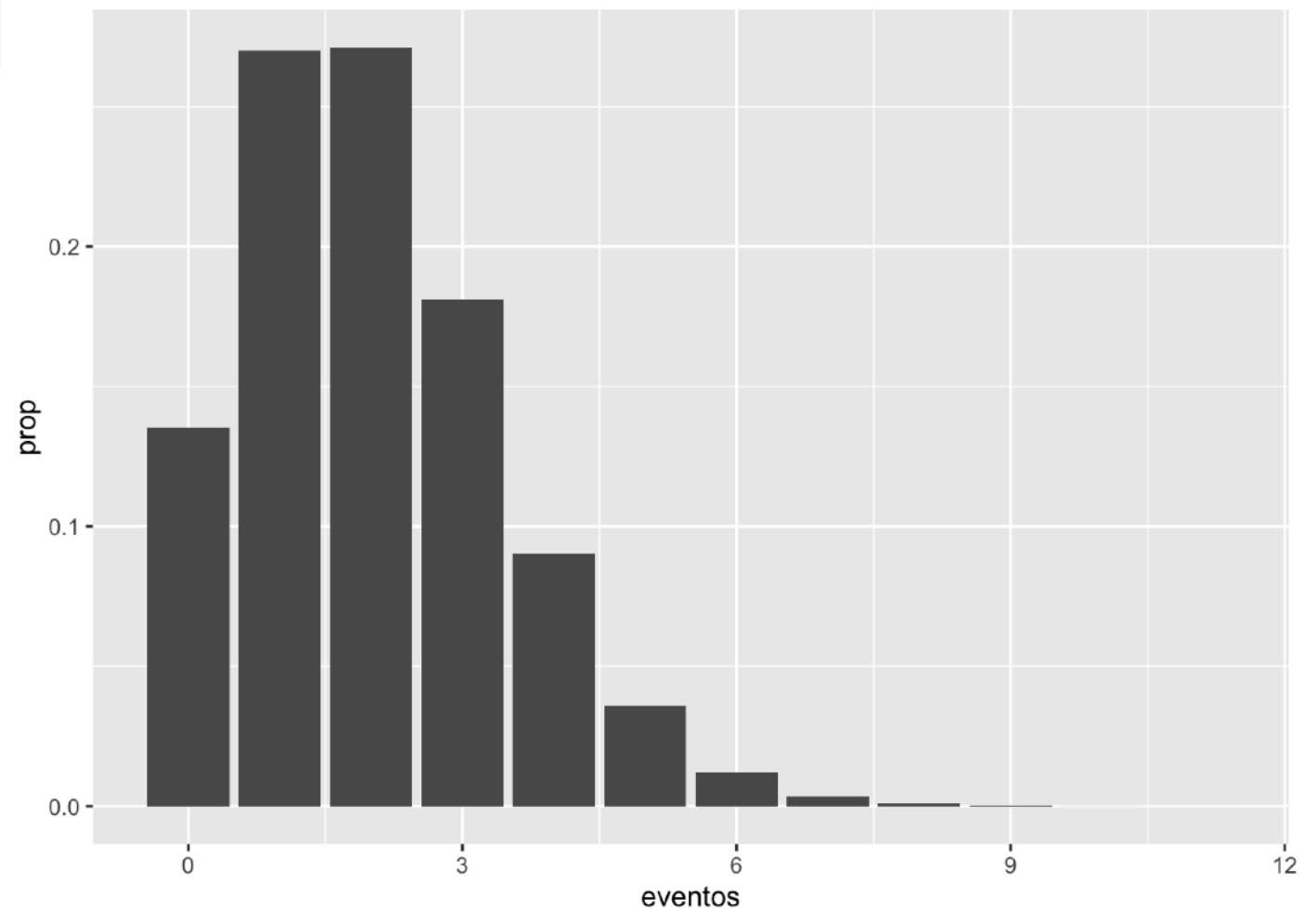
$$R1 = 0.13533$$

$$R2 = 0.433471$$

Problema 3 - Respuesta

```
# Problema 3 ----
accidentes <- tibble(eventos =
  rpois(n = total_sims,
        lambda = 2))

# Distribuci'on de los accidentes:
accidentes %>%
  count(eventos) %>%
  mutate(prop = n/total_sims) %>%
  ggplot(aes(x = eventos, y = prop)) +
  geom_col()
```



Problema 3 - Respuesta

```
# Probabilidad de que haya cero accidentes
accidentes %>%
  count(eventos) %>%
  mutate(prop = n/total_sims) %>%
  filter(eventos == 0)
```

```
## # A tibble: 1 x 3
##   eventos    n prop
##   <int> <int> <dbl>
## 1      0 135208 0.135
```

```
# A lo sumo 3 accidentes en dos semanas
accidentes <- tibble(eventos =
  rpois(n = total_sims,
        lambda = 4))

accidentes %>%
  count(eventos) %>%
  mutate(prop = n/total_sims) %>%
  filter(eventos <= 3) %>%
  summarise(prob_interes = sum(prop))
```

```
## # A tibble: 1 x 1
##   prob_interes
##   <dbl>
## 1      0.434
```

Problema 4

Estudios realizados demuestran que el uso de gasolina para autos compactos vendidos en Estados Unidos está normalmente distribuido, con una media de 25.5 millas por galón (mpg) y una desviación estándar de 4.5 mpg. ¿Qué porcentaje de compactos recorre 30 mpg o más?

Respuesta analítica:

El porcentaje que rebasa los 30 mpg es

$$100(.1587) = 15.87\%$$

Problema 4 - Respuestas

```
# Problema 4 ----
coches <- tibble(cantidad =
                  rnorm(n = total_sims,
                        mean = 25.5 ,
                        sd = 4.5))

# Probabilidad acumulada que deseamos!
coches %>%
  summarise(num_cumplen_condicion =
            sum(cantidad >= 30),
            prop_cumplen_condicion =
            num_cumplen_condicion/total_sims)
```

```
## # A tibble: 1 x 2
##   num_cumplen_condicion prop_cumplen_condicion
##           <int>           <dbl>
## 1         158511         0.159
```

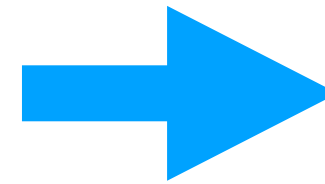
Problema 5

Un ambientalista está realizando un estudio del oso polar, especie que se encuentra en el océano Ártico y sus alrededores. Su zona de distribución está limitada por la existencia de hielo en el mar, que usan como plataforma para cazar focas, principal sostén de los osos. La destrucción de su hábitat en el hielo del Ártico, que se ha atribuido al calentamiento global, amenaza la supervivencia de los osos como especie; puede extinguirse antes de un siglo.¹ Una muestra aleatoria de $n = 50$ osos polares produjo un peso promedio de 980 libras con una desviación estándar de 105 libras. Use esta información para estimar el peso promedio de todos los osos polares del Ártico.

Respuesta analítica: Se puede tener confianza en que la estimación muestral de 980 libras está a no más de 29 libras de la media poblacional.

Problema 5 - Respuestas

```
# Problema 5 ----  
# Oso polar  
  
# No conocemos la dist. poblacional  
  
# Datos  
mean <- 980  
s <- 105  
n <- 50  
  
# Obtenemos el Error Est'andar con la formula  
EE = s/sqrt(n)  
  
# Obtenemos el intervalo de confianza al 95%  
# I.C. = media +- 1.96 * EE con confianza del 95 %  
  
ICsup <- 980 + 1.96 * EE  
ICinf <- 980 - 1.96 * EE  
  
(intConfianza95 <- tibble(LimInf = ICinf,  
                           LimSup = ICsup))
```



```
## # A tibble: 1 x 2  
##   LimInf LimSup  
##   <dbl> <dbl>  
## 1   951. 1009.
```

La media del peso de los osos polares
se encuentra entre 951 y 10009 libras
con un nivel de confianza del 95%

Se puede tener confianza en que la
estimación muestral de 980 libras está a
no más de +- 29 libras de la media
poblacional.